

МАГНИТО-ОПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ СОЛНЕЧНЫХ ПЯТЕН

Д. Н. Рачковский

Выводятся уравнения переноса излучения в магнитном поле солнечных пятен с учетом коэффициента преломления в спектральной линии. Показано, что для однородных магнитных полей полученное уточнение существующей теории образования спектральных линий [1, 2] практически не сказывается на контурах линий.

Делается попытка объяснить обнаруженное А. Б. Северным [3] расщепление π -компоненты триплета λ 6302 в круговых составляющих излучения аномальным ходом коэффициента преломления в линии и сложной структурой магнитного поля.

MAGNETO-OPTICAL EFFECTS IN SPECTRAL LINES OF SUNSPOTS, by *D. N. Rachkovsky*.— The radiative transfer equation in the magnetic field of sunspots is found, taking into account the refractive index of the spectral line. It is shown that for uniform magnetic fields the obtained perfection of the existing theory on the formation of spectral lines [1, 2] does not practically affect the line profiles.

An attempt is made to explain the splitting of π components of the triplet λ 6302 in the circular components, detected by Severny [3], by the anomalous variation of the refractive index in the lines and the complicated structure of the magnetic field.

До настоящего времени в теории образования спектральных линий в магнитном поле солнечных пятен не рассматривался эффект магнитного вращения. Поляризация излучения в спектральной линии объяснялась лишь различным поглощением зеемановских составляющих и соответствующим расщеплением их. Неучет магнитного вращения вытекает автоматически из предположения, что вещественная часть комплексного коэффициента преломления

$$n = n' (1 - i\kappa)$$

равна единице [4]. Однако в спектральной линии величина n отличается от единицы на величину, сравнимую с κ .

В настоящей работе выводятся уравнения переноса излучения с учетом магнито-оптического эффекта. Системы уравнений переноса получены в двух формах — для обычных параметров Стокса и некоторых обобщенных параметров Стокса, при которых уравнения становятся независимыми друг от друга. Соотношения, связывающие эти две системы параметров, — линейны; входящие в соотношения коэффициенты зависят от всех параметров, характеризующих физические свойства среды, т. е. коэффи-

циентов поглощения, преломления и величины вектора напряженности магнитного поля. Если эти коэффициенты постоянны в поглощающей среде, то полученные две формы уравнений переноса излучения эквивалентны, если нет, то справедливыми остаются лишь уравнения в обычных параметрах Стокса, и то при постоянном по направлению векторе напряженности магнитного поля.

В работе показывается, что магнитное вращение не влияет на контуры спектральных линий в однородной полубесконечной среде с излучением, соответствующим локальному термодинамическому равновесию, при условии, что вектор магнитной напряженности постоянен. Такой результат не является неожиданным, на него указывал еще И. Эман [5].

Делается также попытка объяснить эффектом магнитного вращения наличие расщепления π -компоненты в круговых составляющих излучения, обнаруженное А. Б. Северным [3].

Нужно отметить, что в работе [6] нами была сделана попытка получить уравнение переноса излучения с учетом эффекта магнитного вращения. Однако полученные уравнения оказываются справедливыми лишь в частном случае, когда оба главных колебания, соответствующие определенному направлению в анизотропной среде, ортогональны. В общем случае колебания не ортогональны, поэтому в настоящей работе начнем прежде всего с исследования условий ортогональности главных колебаний.

§ 1. Неортогональность потоков I_+ и I_-

Поляризация потоков I_+ и I_- определяется следующим выражением [4, 7]:

$$\left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}\right)_{\pm} = -i \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_e^2 - \epsilon'^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \right) \sin^2 \gamma \mp \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_e^2 - \epsilon'^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \right)^2 + \frac{\epsilon'^2 \cos^2 \gamma}{(\epsilon_e^2 - \epsilon'^2)^2}}}{\frac{\epsilon'}{\epsilon_e^2 - \epsilon'^2} \cos \gamma}, \quad (1)$$

соответствующие коэффициенты преломления будут

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\epsilon_e (2 - \sin^2 \gamma)}{\epsilon_e^2 - \epsilon'^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{\epsilon_0} \right] \pm \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_e^2 - \epsilon'^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \right)^2 + \frac{\epsilon'^2 \cdot \cos^2 \gamma}{(\epsilon_e^2 - \epsilon'^2)^2}}. \quad (2)$$

Смысл величин, входящих в (1), (2), тот же, что и в [4]. Из (1) выводим

$$\left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}\right)_{+} \cdot \left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}\right)_{-} = 1.$$

Поэтому единичные векторы потоков I_+ и I_- будем записывать в виде

$$\mathbf{e}_+ = \frac{A\mathbf{x}_0 + B\mathbf{y}_0}{\sqrt{AA^* + BB^*}}; \quad \mathbf{e}_- = \frac{B\mathbf{x}_0 + A\mathbf{y}_0}{\sqrt{AA^* + BB^*}}. \quad (3)$$

Здесь A и B — комплексные величины, а A^* и B^* — величины, сопряженные соответственно A и B .

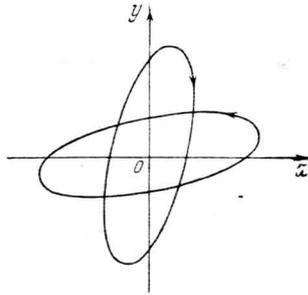
Условие ортогональности векторов e_+ и e_- можно получить следующим образом. Вектор, ортогональный вектору e_+ , записывается так:

$$e'_+ = \frac{-B^*x_0 + A^*y_0}{\sqrt{AA^* + BB^*}} e^{i\delta}. \quad (4)$$

Здесь δ — произвольная фаза. Приравнявая (3) и (4), получим условие ортогональности векторов e_+ и e_- :

$$\operatorname{Re} \left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \right)_+ = \operatorname{Re} \left(\frac{A}{B} \right) = 0. \quad (5)$$

Следовательно, отношение $\left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \right)_+ = \frac{A}{B}$ должно быть чисто мнимой величиной, что в общем случае не выполняется. Из (5) также следует, что и оси эллипсов, соответствующих векторам e_+ и e_- , не совпадают с осями x и y , иначе отношение A/B было бы мнимой величиной. Относительное расположение эллипсов станет ясным после следующего



Фиг. 1. Схема поляризации потоков I_+ и I_-

простого рассуждения. Пусть в некоторый момент времени t вектор электрической напряженности, соответствующий излучению I_+ , на плоскости x, y занимает определенное положение. Рассматривая (3), мы видим, что электрический вектор, соответствующий излучению I_- , занимает положение, симметричное относительно биссектрисы угла $yoх$. Рассматривая подобным образом последовательные моменты времени, мы убеждаемся, что эллипсы, соответствующие векторам e_+ и e_- , расположены симметрично относительно биссектрисы угла $yoх$, а направления вращения векторов электрической напряженности противоположны (фиг. 1).

Приведем теперь выражения (1) и (2) к другому виду. Полагая последовательно $\gamma = 0$ и $\gamma = 90^\circ$, можно получить

$$\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_e^2 - \varepsilon'^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right); \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{1}{n_0^2}; \quad \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_e^2 - \varepsilon'^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (6)$$

Здесь n_1 и n_2 — коэффициенты преломления излучения, поляризован-

ного по кругу соответственно в левую и правую стороны при распространении излучения параллельно полю, n_0 — коэффициент преломления излучения, поляризованного параллельно полю при распространении света перпендикулярно полю. Но

$$n_j = n'_j (1 - i\kappa_j) = (1 + \Delta_j - i\kappa_j) \quad (j = 0, 1, 2)$$

и

$$\frac{1}{n_j^2} = 1 - 2\Delta_j + 2i\kappa_j.$$

Здесь мы считаем, что n'_j отличается от единицы на величину Δ_j , равную по порядку величине κ_j . Более подробное исследование будет проведено позднее.

Теперь можно записать:

$$\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_e^2 - \varepsilon'^2} = 1 - (\Delta_1 + \Delta_2) + i(\kappa_1 + \kappa_2); \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = 1 - 2\Delta_0 + 2i\kappa_0;$$

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_e^2 - \varepsilon'^2} = -(\Delta_1 - \Delta_2) + i(\kappa_1 - \kappa_2).$$

Подставляя в (1) и (2), получим:

$$\left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}\right)_{\pm} = i \frac{\frac{\sin^2 \gamma}{2} [2\kappa_0 - \kappa_1 - \kappa_2 + i(2\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_2)]}{[\kappa_1 - \kappa_2 + i(\Delta_1 - \Delta_2)]^2 \cos \gamma} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} [2\kappa_0 - \kappa_1 - \kappa_2 + i(2\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_2)]^2 + [\kappa_1 - \kappa_2 + i(\Delta_1 - \Delta_2)]^2 \cos^2 \gamma}}{[\kappa_1 - \kappa_2 + i(\Delta_1 - \Delta_2)] \cos \gamma};$$

$$\kappa_{\pm} + i\Delta_{\pm} = \frac{\kappa_1 + \kappa_2 + i(\Delta_1 + \Delta_2)}{2} + \frac{\sin^2 \gamma}{4} [2\kappa_0 - \kappa_1 - \kappa_2 + i(2\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_2)] \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} [2\kappa_0 - \kappa_1 - \kappa_2 + i(2\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_2)]^2 + [\kappa_1 - \kappa_2 + i(\Delta_1 - \Delta_2)]^2 \cos^2 \gamma}.$$

Введем обозначения

$$\sigma_{\pm} = 2 \frac{\omega}{c} \kappa_{\pm}; \quad \delta_{\pm} = \frac{\omega}{c} [n'_{\pm} - 1] = \frac{\omega}{c} \Delta_{\pm}, \quad (7)$$

здесь ω — круговая частота, c — скорость света. Окончательно имеем:

$$\left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}\right)_{\pm} = i \frac{\frac{\sin^2 \gamma}{2} [2\sigma_0 - \sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_0 - \delta_1 - \delta_2)]}{[\sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_1 - \delta_2)] \cos \gamma} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} [(2\sigma_0 - \sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_0 - \delta_1 - \delta_2))]^2 + [\sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_1 - \delta_2)]^2 \cos^2 \gamma}}{[\sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_1 - \delta_2)] \cos \gamma}; \quad (8)$$

$$\sigma_{\pm} + 2i\delta_{\pm} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + 2i(\delta_1 + \delta_2)}{2} + \frac{\sin^2 \gamma}{4} \cdot [2\sigma_0 - \sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_0 - \delta_1 - \delta_2)] \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} [2\sigma_0 - \sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_0 - \delta_1 - \delta_2)]^2 + [\sigma_1 - \sigma_2 + 2i(\delta_1 - \delta_2)]^2 \cos^2 \gamma}. \quad (9)$$

Пренебрегая δ_j по сравнению с σ_j получим выражения, выведенные в работе [4].

На основании (8) и (5) мы видим, что векторы e_+ и e_- будут ортогональны в следующих случаях:

- а) $\sigma_j \gg \delta_j$;
- б) $\delta_j \gg \sigma_j$;
- в) $\gamma = 0$ или $\gamma = 90^\circ$;
- г) полное расщепление компонент.

Очевидно, что случай *a* рассматривался в работах [1, 2], случай *б* соответствует распространению света вдали от линий поглощения, а выведенные нами в работе [6] уравнения справедливы для всех четырех случаев.

В качестве иллюстрации поведения выражений (8) и (9) ниже помещается таблица. Вычисления проведены для ряда частот внутри линии, при этом приняты значения: $\gamma = 45^\circ$, $a = 0,02$, $v_L = 0,6$, $N \cdot k_0 = 1$. Смысл этих параметров разъясняется на стр. 157. Второй, третий и четвертый столбцы относятся к значениям исследуемых функций при пренебрежении отличием от единицы комплексного коэффициента преломления (как это делается в работах В. Унно[2] и В. Е. Степанова [1]). Пятый, шестой и седьмой столбцы вычислены с учетом указанного эффекта. Как видно, разница между соответствующими столбцами очень существенна.

$+v$	D_+	σ_+	σ_-	D_+	$\sigma_+ + 2i\delta_+$	$\sigma_- + 2i\delta_-$
0,0	∞	0,83	0,69	$+0,20 + i \cdot 0,98$	$0,76 + i \cdot 0,36$	$0,76 - i \cdot 0,36$
0,4	$i \cdot 1,25$	0,97	0,79	$0,18 + i \cdot 0,93$	$0,90 + i \cdot 0,04$	$0,50 - i \cdot 0,53$
0,8	$i \cdot 0,98$	0,82	0,26	$0,16 + i \cdot 0,91$	$0,82 - i \cdot 0,31$	$0,26 - i \cdot 0,52$
1,2	$i \cdot 0,87$	0,57	0,11	$0,13 + i \cdot 0,89$	$0,56 - i \cdot 0,52$	$0,11 - i \cdot 0,44$
1,6	$i \cdot 0,81$	0,29	0,03	$0,09 + i \cdot 0,88$	$0,29 - i \cdot 0,55$	$0,04 - i \cdot 0,34$
2,0	$i \cdot 0,78$	0,12	0,01	$0,06 + i \cdot 0,88$	$0,11 - i \cdot 0,46$	$0,01 - i \cdot 0,27$
2,4	$i \cdot 0,76$	0,03	—	$0,03 + i \cdot 0,88$	$0,03 - i \cdot 0,35$	$-i \cdot 0,22$
2,8	$i \cdot 0,76$	0,01	—	$+i \cdot 0,88$	$0,01 - i \cdot 0,28$	$-i \cdot 0,19$

Обратимся теперь к получению уравнений переноса излучения, справедливых и тогда, когда векторы e_+ и e_- неортогональны.

§ 2. Вывод выражений, определяющих поглощение излучения

Воспользуемся формулами (29) работы [6], но систему параметров Стокса выберем несколько другую, а именно:

$$\overline{E_+ E_+^*}, \quad \overline{E_- E_-^*}, \quad \overline{E_+ E_-^*}, \quad \overline{E_- E_+^*}. \quad (10)$$

Тогда можно получить:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\Delta E_+ E_+^*} &= -\sigma_+ \cdot \overline{E_+ E_+^*} \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_- E_-^*} &= -\sigma_- \cdot \overline{E_- E_-^*} \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_+ E_-^*} &= -\left[\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} + i(\delta_+ - \delta_-) \right] \cdot \overline{E_+ E_-^*} \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_- E_+^*} &= -\left[\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} - i(\delta_+ - \delta_-) \right] \cdot \overline{E_- E_+^*} \cdot \Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Представляет интерес выразить соотношения (11) в обычных параметрах Стокса, введенных В. Унно [2].

Представим комплексный вектор \mathbf{m} мгновенного колебания вектора электрической напряженности в двух разложениях:

$$\mathbf{m} = E_1 \mathbf{e}_1 + E_2 \mathbf{e}_2 = E_+ \mathbf{e}_+ + E_- \mathbf{e}_-. \quad (12)$$

Заметим, что векторы \mathbf{e}_+ и \mathbf{e}_- неортогональны, а

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_0; \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{y}_0. \quad (13)$$

Умножая (12) последовательно на векторы $\mathbf{e}_+^{\prime*}$ и $\mathbf{e}_-^{\prime*}$, получим

$$\begin{vmatrix} E_+ \\ E_- \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix}, \quad (14)$$

где

$$a = \frac{\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_+^{\prime*}}{\mathbf{e}_+ \cdot \mathbf{e}_-^{\prime*}}; \quad b = \frac{\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_+^{\prime*}}{\mathbf{e}_+ \cdot \mathbf{e}_-^{\prime*}}; \quad c = \frac{\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_-^{\prime*}}{\mathbf{e}_+ \cdot \mathbf{e}_+^{\prime*}}; \quad d = \frac{\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_-^{\prime*}}{\mathbf{e}_+ \cdot \mathbf{e}_+^{\prime*}}. \quad (15)$$

Для векторов \mathbf{e}_+^{\prime} , \mathbf{e}_-^{\prime} можно принять

$$\mathbf{e}_+^{\prime} = \frac{-B^* \mathbf{x}_0 + A^* \mathbf{y}_0}{\sqrt{AA^* + BB^*}}; \quad \mathbf{e}_-^{\prime} = \frac{-A^* \mathbf{x}_0 + B^* \mathbf{y}_0}{\sqrt{AA^* + BB^*}}. \quad (16)$$

Тогда с помощью выражений (10), (14), (15), (3), (16) получим:

$$\begin{vmatrix} \overline{E_+ E_+^*} \\ \overline{E_- E_-^*} \\ \overline{E_+ E_-^*} \\ \overline{E_- E_+^*} \end{vmatrix} = \frac{DD^* + 1}{(D^2 - 1)(D^{*2} - 1)^*} \begin{vmatrix} DD^* & 1 & -D & -D^* \\ 1 & DD^* & -D^* & -D \\ -D & -D^* & DD^* & 1 \\ -D^* & -D & 1 & DD^* \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \overline{E_1 E_1^*} \\ \overline{E_2 E_2^*} \\ \overline{E_1 E_2^*} \\ \overline{E_2 E_1^*} \end{vmatrix} \quad (17)$$

Здесь введено обозначение $D = \frac{A}{B}$.

Для обратного перехода аналогичным образом

$$\begin{vmatrix} \overline{E_1 E_1^*} \\ \overline{E_2 E_2^*} \\ \overline{E_1 E_2^*} \\ \overline{E_2 E_1^*} \end{vmatrix} = \frac{1}{DD^* + 1} \begin{vmatrix} DD^* & 1 & D & D^* \\ 1 & DD^* & D^* & D \\ D & D^* & DD^* & 1 \\ D^* & D & 1 & DD^* \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \overline{E_+ E_+^*} \\ \overline{E_- E_-^*} \\ \overline{E_+ E_-^*} \\ \overline{E_- E_+^*} \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Выражения (18), (17), (11) совместно с формулами, определяющими входящие в них величины, решают поставленную задачу. Однако выкладки довольно громоздки. Выкладок будет меньше, если будем совершать переход между амплитудами, соответствующими двум системам параметров Стокса.

Согласно (3), (8), (9) можем положить:

$$A = i \left\{ \frac{\sin^2 \gamma}{2} (2s_0 - s_1 - s_2) + \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_2)^2 \cdot \cos^2 \gamma} \right\}; \quad (19)$$

$$B = (s_1 - s_2) \cos \gamma; \quad (20)$$

$$s_{\pm} = \frac{s_1 + s_2}{2} + \frac{\sin^2 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_2)^2 \cos^2 \gamma}; \quad (21)$$

здесь введено обозначение:

$$\sigma_j + 2i\delta_j = s_j \quad (j = 0, 1, 2). \quad (22)$$

Соотношение (14) и обратное ему можно записать, используя (13), (3), (16), (15), следующим образом:

$$\begin{vmatrix} E_+ \\ E_- \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{AA^* + BB^*}}{B^2 - A^2} \cdot \begin{vmatrix} -A & B \\ B & -A \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix}; \quad (23)$$

$$\begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{AA^* + BB^*}} \cdot \begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_+ \\ E_- \end{vmatrix}. \quad (24)$$

Закон поглощения для комплексных амплитуд E_+ , E_- имеет вид:

$$E_+ = E_{+0} \cdot \left(1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \frac{s_+}{2} \Delta z \right);$$

$$E_- = E_{-0} \cdot \left(1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \frac{s_-}{2} \Delta z \right).$$

Соответствующие соотношения для E_1 , E_2 запишутся:

$$\begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{B^2 - A^2} \cdot \begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \frac{s_+}{2} \Delta z & 0 \\ 0 & 1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \frac{s_-}{2} \Delta z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -A & B \\ B & -A \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_{10} \\ E_{20} \end{vmatrix}.$$

Подставляя (21), имеем

$$\begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \left[1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \left(\frac{s_1 + s_2}{4} + \frac{\sin^2 \gamma}{8} (2s_0 - s_1 - s_2) \right) \cdot \Delta z \right] + \begin{vmatrix} A^2 + B^2 & -2AB \\ 2AB & -A^2 - B^2 \end{vmatrix} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_2)^2 \cos^2 \gamma}}{B^2 - A^2} \cdot \frac{\Delta z}{4};$$

легко показать, что

$$\frac{A^2 + B^2}{B^2 - A^2} \cdot \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_2)^2 \cos^2 \gamma} = - \frac{\sin^2 \gamma}{2} (2s_0 - s_1 - s_2),$$

$$\frac{2AB}{B^2 - A^2} \cdot \sqrt{\frac{\sin^4 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_2)^2 \cos^2 \gamma} = i (s_1 - s_2) \cos \gamma.$$

Тогда окончательно

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} E_1 \\ E_2 \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} 1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \left(\frac{s_1 + s_2}{4} + \frac{\sin^2 \gamma}{4} (2s_0 - s_1 - s_2) \right) \cdot \Delta z \\ i \frac{s_1 - s_2}{4} \cos \gamma \cdot \Delta z \\ - i \frac{s_1 - s_2}{4} \cos \gamma \cdot \Delta z \\ 1 - i \frac{\omega}{c} \Delta z - \frac{s_1 + s_2}{4} \Delta z \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{l} E_{10} \\ E_{20} \end{array} \right\|. \end{aligned} \quad (25)$$

Параметры Стокса в интересующем нас случае имеют вид:

$$I_1 = \overline{E_1 E_1^*}; \quad I_2 = \overline{E_2 E_2^*}; \quad V = -2 \operatorname{Im} \overline{E_1 E_2^*}; \quad U = 2 \operatorname{Re} \overline{E_1 E_2^*}. \quad (26)$$

Используя (26), (25), (22), получаем изменения параметров Стокса вследствие поглощения в слое толщины Δz :

$$\begin{aligned} \Delta I_1 &= -\Delta z \left\{ \left(\sigma_0 \sin^2 \gamma + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cos^2 \gamma \right) I_1 + \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{4} \cos \gamma \cdot V + \right. \\ &\quad \left. + \frac{-\delta_1 + \delta_2}{2} \cos \gamma \cdot U \right\}; \\ \Delta I_2 &= -\Delta z \left\{ \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} I_2 + \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{4} \cos \gamma \cdot V + \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \cos \gamma \cdot U \right\}; \\ \Delta V &= -\Delta z \left\{ \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cos \gamma (I_1 + I_2) + \left(\frac{\sigma_0}{2} \sin^2 \gamma + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{4} (1 + \cos^2 \gamma) \right) \cdot V + \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_0) \sin^2 \gamma \cdot U \right\}; \\ \Delta U &= -\Delta z \left\{ (\delta_1 - \delta_2) \cos \gamma (I_1 - I_2) + \frac{\sin^2 \gamma}{2} (2\delta_0 - \delta_1 - \delta_2) \cdot V + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} (2\sigma_0 \sin^2 \gamma + (\sigma_1 + \sigma_2) (1 + \cos^2 \gamma)) \cdot U \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

§ 3. Уравнения переноса излучения

Предполагая, что в каждой точке поглощающей среды осуществляется локальное термодинамическое равновесие, нетрудно записать, используя (27), уравнения переноса излучения в данной системе параметров Стокса:

$$\begin{aligned} -\frac{dI_1}{dz} &= \left(k + \sigma_0 \sin^2 \gamma + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cos^2 \gamma \right) \cdot I_1 + \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{4} \cos \gamma \cdot V + \\ &\quad + \frac{-\delta_1 + \delta_2}{2} \cos \gamma \cdot U - \left(k + \sigma_0 \sin^2 \gamma + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cos^2 \gamma \right) \frac{B(T)}{2}; \\ -\frac{dI_2}{dz} &= \left(k + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) I_2 + \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{4} \cos \gamma \cdot V - \frac{-\delta_1 + \delta_2}{2} \cos \gamma \cdot U - \\ &\quad - \left(k + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) \cdot \frac{B(T)}{2}; \\ -\frac{dV}{dz} &= \frac{-\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot \cos \gamma (I_1 + I_2) + \left(k + \frac{\sigma_0}{2} \sin^2 \gamma + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{4} (1 + \cos^2 \gamma) \right) \cdot V - \\ &\quad - \frac{\sin^2 \gamma}{2} (2\delta_0 - \delta_1 - \delta_2) \cdot U + (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \gamma \frac{B(T)}{2}; \\ -\frac{dU}{dz} &= (-\delta_1 + \delta_2) \cdot \cos \gamma (I_2 - I_1) + \frac{\sin^2 \gamma}{2} \cdot (2\delta_0 - \delta_1 - \delta_2) \cdot V + \\ &\quad + \left(k + \frac{\sigma_0}{2} \sin^2 \gamma + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{4} (1 + \cos^2 \gamma) \right) \cdot U. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь k — коэффициент непрерывного поглощения.

Найдем теперь вид уравнений переноса излучения в системе параметров (10), для которых матрица поглощения диагональна. Используя (11), уравнения получаем в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\Delta E_+ E_+^*} &= -\sigma_+ \overline{E_+ E_+^*} \cdot \Delta z + j_1 \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_- E_-^*} &= -\sigma_- \overline{E_- E_-^*} \cdot \Delta z + j_2 \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_+ E_-^*} &= -\left(\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} + i \cdot (\delta_+ - \delta_-)\right) \cdot \overline{E_+ E_-^*} \cdot \Delta z + j_3 \cdot \Delta z; \\ \overline{\Delta E_- E_+^*} &= -\left(\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} - i (\delta_+ - \delta_-)\right) \cdot \overline{E_- E_+^*} \Delta z + j_4 \cdot \Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Здесь под величинами j_1, j_2, j_3, j_4 понимаются параметры излученной энергии. Величины j_1, j_2, j_3, j_4 найдем, применяя уравнения (29) к случаю полного термодинамического равновесия; при этом

$$\overline{\Delta E_+ E_+^*} = \overline{\Delta E_- E_-^*} = \overline{\Delta E_+ E_-^*} = \overline{\Delta E_- E_+^*} = 0. \quad (30)$$

Так как $\overline{E_1 E_1^*} = \overline{E_2 E_2^*} = \frac{B(T)}{2}$; $\overline{E_1 E_2^*} = \overline{E_2 E_1^*} = 0$, то, применяя (17),

$$\left. \begin{aligned} \overline{E_+ E_+^*} = \overline{E_- E_-^*} &= \frac{(DD^* + 1)^2}{(D^2 - 1)(D^2 - 1)^*} \cdot \frac{B(T)}{2}; \\ \overline{E_+ E_-^*} = \overline{E_- E_+^*} &= -\frac{(DD^* + 1)(D + D^*)}{(D^2 - 1)(D^2 - 1)^*} \cdot \frac{B(T)}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Подставляя теперь (30) и (31) в (29), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} j_1 &= \sigma_+ \frac{(DD^* + 1)^2}{|D^2 - 1|^2} \cdot \frac{B(T)}{2}; \\ j_3 &= -\frac{(DD^* + 1)(D + D^*)}{|D^2 - 1|^2} \cdot \left(\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} + i(\delta_+ - \delta_-)\right) \cdot \frac{B(T)}{2}; \\ j_2 &= \sigma_- \frac{(DD^* + 1)^2}{|D^2 - 1|^2} \cdot \frac{B(T)}{2}, \quad j_4 = j_3^*. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Таким образом, уравнения переноса излучения с учетом непрерывного поглощения примут вид:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dE_+ E_+^*}{dz} &= \left(E_+ E_+^* - \frac{(DD^* + 1)^2}{|D^2 - 1|^2} \cdot \frac{B(T)}{2}\right) \cdot (k + \sigma_+); \\ -\frac{dE_- E_-^*}{dz} &= \left(E_- E_-^* - \frac{(DD^* + 1)^2}{|D^2 - 1|^2} \cdot \frac{B(T)}{2}\right) \cdot (k + \sigma_-); \\ -\frac{dE_+ E_-^*}{dz} &= \left(E_+ E_-^* - \frac{(DD^* + 1)(D + D^*)}{|D^2 - 1|^2} \cdot \frac{B(T)}{2}\right) \times \\ &\quad \times \left(k + \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} + i(\delta_+ - \delta_-)\right); \\ \overline{E_+ E_-^*} &= \overline{(E_- E_+^*)^*}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

§ 4. Вывод выражений для величин $\delta_0, \delta_1, \delta_2$

Данные величины необходимы для решения уравнений (33) или тождественных им уравнений (28). Для этой цели мы можем воспользоваться результатами [7]. После небольших преобразований, учитывая доплеровское расширение линий и затухание излучения, получим:

$$\left. \begin{aligned} n'_{1,2,0} &= 1 - \frac{N \cdot f_{ik} e^2}{4\pi^{3/2} m_e v_{ik} \Delta v_D} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y \cdot e^{-\left(\frac{x_{1,2,0}-y}{\eta}\right)^2}}{y^2 + 1} dy; \\ 2n'_{1,2,0} \cdot \kappa_{1,2,0} &= \frac{N \cdot f_{ik} \cdot e^2}{2\pi^{3/2} m_e v_{ik} \Delta v_D} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\left(\frac{x_{1,2,0}-y}{\eta}\right)^2}}{y^2 + 1} dy. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Здесь $\Delta v_D = \frac{v_{ik}}{c} \cdot \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ — доплеровская полуширина компонент, $\eta = \frac{\Delta v_D}{\delta_{ik}}$, δ_{ik} — постоянная затухания, N — число поглощающих атомов, f_{ik} — сила осциллятора, $x_{1,2} = \frac{v - v_{ik} \mp v_L}{\delta_{ik}}$, $x_0 = \frac{v - v_{ik}}{\delta_{ik}}$, v_L — расщепление компонент линий.

В [7] дается разложение (34) в ряды по степеням x , но для астрофизических применений оно неудобно. Д. Гаррисом [8] получено пригодное для астрофизических применений разложение коэффициента поглощения в ряд, поэтому нам остается получить аналогичное разложение для первого выражения из (34). Обозначая

$$a = \frac{\delta_{ik}}{\Delta v_D}; \quad v_{1,2} = \frac{v - v_{ik} \mp v_L}{\Delta v_D}; \quad k_0 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot e^2 \cdot f_{ik}}{m_e \cdot c \cdot \Delta v_D}; \quad v_0 = \frac{v - v_{ik}}{\Delta v_D} \quad (35)$$

и используя (7), будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2,0} &= N \cdot k_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{(v_{1,2,0} - y)^2 + a^2} dy, \\ \delta_{1,2,0} &= \frac{N \cdot k_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(y - v_{1,2,0}) \cdot e^{-y^2}}{(y - v_{1,2,0})^2 + a^2} \cdot dy. \end{aligned}$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} H(a, v_j) &= \frac{\sigma_j}{k_0} = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{(v_j - y)^2 + a^2} dy; \\ F(a, v_j) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(y - v_j) \cdot e^{-y^2}}{(v_j - y)^2 + a^2} dy \quad (j = 1, 2, 0), \end{aligned} \quad (36)$$

можно записать:

$$\sigma_j = N k_0 H(a, v_j); \quad \delta_j = N k_0 \cdot F(a, v_j) \quad (j = 1, 2, 0). \quad (37)$$

Следуя [7], можно показать, что

$$H(a, v) - 2iF(a, v) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-(v+ia)^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + i \int_0^{v+ia} e^{t^2} dt \right).$$

Разлагая правую часть в ряд Тейлора по степеням a , получим, помимо ряда, данного Гаррисом, ряд

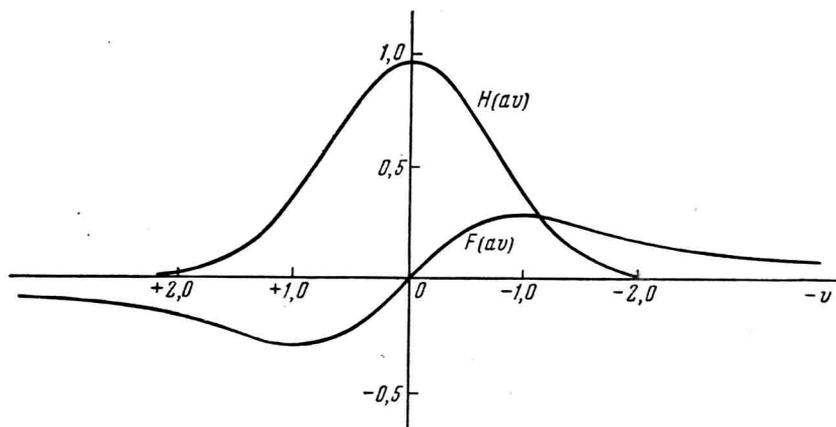
$$F(a, v) = F_0(v) + aF_1(v) + a^2F_2(v) + a^3F_3(v) + \dots \quad (38)$$

Функции $F_j(v)$ будут равняться:

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot f(v); & F_2 &= -\frac{v}{\sqrt{\pi}} + f(v) \frac{(2v^2-1)}{\sqrt{\pi}}; \\ F_1 &= ve^{-v^2}; & F_3 &= \frac{1}{3} ve^{-v^2} (3-2v^2) \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Здесь $f(v) = e^{-v^2} \cdot \int_0^v e^{t^2} dt$.

Фиг. 2 иллюстрирует поведение функций H и F при значении $a = 0,02$.



Фиг. 2. Зависимость функций F и H от v при $a = 0,02$

Изложенная теория, учитывающая влияние магнитного вращения плоскости поляризации на образование линий поглощения для обычно применяемых моделей полей солнечных пятен (поле предполагается однородным и излучение соответствует локальному термодинамическому равновесию), очень усложняет выкладки, однако не дает результатов, практически отличных от результатов теории В. Унно. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим распространение света в продольном $\gamma = 0$ и поперечном $\gamma = \pi/4$ поле. При $\gamma = 0$ имеем согласно (8) и (9)

$$D = \left(\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \right)_{+} = i; \quad \sigma_{\pm} + 2i\delta_{\pm} = \sigma_{1,2} + 2i\delta_{1,2};$$

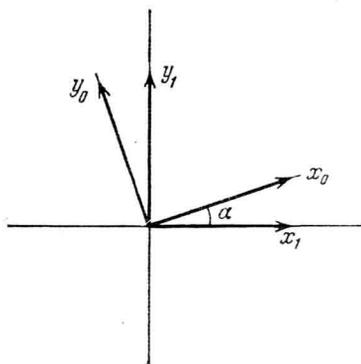
при $\gamma = 90^{\circ}$ аналогично

$$D = \infty; \quad \sigma_{+} + 2i\delta_{+} = \sigma_0 + 2i\delta_0; \quad \sigma_{-} + 2i\delta_{-} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + i(\delta_1 + \delta_2).$$

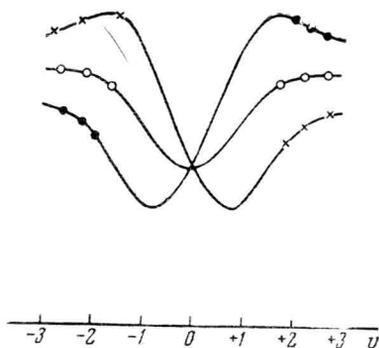
Легко видеть, что интегрирование уравнений (33) дает в обоих случаях тот же результат, какой получается без учета магнитного вращения. Для полей с вектором напряженности магнитного поля, наклоненным к лучу

зрения, в отличие от обычной теории все четыре уравнения переноса излучения дают не нулевое решение, однако поляризация выходящего излучения будет практически такой же, как если бы мы не учитывали магнитного вращения. Необходимые вычисления были проведены для поля с $\gamma = \pi/4$.

Влияние магнитного вращения на образование линий поглощения скажется, если мы откажемся от предположения однородного магнитного поля в пятне. Допустим, что составляющая вектора напряженности магнитного поля поворачивается в плоскости xy , совпадающей с поверхностью волнового фронта при проникновении во все более глубокие слои пятна. При этом мы сможем объяснить обнаруженное А. Б. Северным [3] противо-



Фиг. 3. Относительное расположение координатных осей в слоях A и B . Трансверсальные составляющие в слоях A и B направлены параллельно осям x_1 и x_0 соответственно



Фиг. 4. Влияние магнитного вращения на круговые составляющие π -компоненты

Кривая со светлыми кружками — контур круговой составляющей без учета магнитного вращения. Кривые с крестиками и точками — контуры круговых составляющих с учетом магнитного вращения

положное смещение круговых составляющих π -компоненты относительно несмещенного положения. В данном случае магнитное поле настолько велико, что имеем полное расщепление зеемановских компонент линий.

Будем рассматривать образование только π -компоненты. Существование π -компоненты будем объяснять наличием трансверсальной составляющей магнитной напряженности. Так как нас интересует только качественная сторона эффекта, мы для простоты примем следующую модель магнитного поля пятна: перед полубесконечным слоем A с трансверсальной составляющей поля, направленной вдоль оси x_1 , находится слой B , оптической глубины τ_B , с некоторым другим направлением трансверсальной составляющей поля, например вдоль оси x_0 . Фиг. 3 иллюстрирует относительное расположение трансверсальных составляющих. Здесь α — угол между осями x_0 и x_1 .

Предполагаем, что температура в среде B постоянна.

Вначале рассмотрим распространение света в среде B . Имеем:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_+ &= \mathbf{x}_0; & \sigma_+ &= k + \sigma \sin^2 \gamma; & \delta_+ &= \delta_0 \sin^2 \gamma; \\ \mathbf{e}_- &= \mathbf{y}_0; & \sigma_- &= k; & \delta_- &= 0. \end{aligned}$$

Интегрирование уравнений (33) при $D = \infty$ дает:

$$\left. \begin{aligned} \overline{E_+ E_+^*} &= \overline{(E_+ E_+^*)} \cdot e^{-(k+\sigma_0 \sin^2 \gamma)z} + (1 - e^{-(k+\sigma_0 \sin^2 \gamma)z}) \cdot \frac{B(T)}{2}; \\ \overline{E_- E_-^*} &= \overline{(E_- E_-^*)_0} \cdot e^{-kz} + (1 - e^{-kz}) \frac{B(T)}{2}; \\ \overline{E_+ E_-^*} &= \overline{(E_+ E_-^*)_0} \cdot e^{-\left(k + \frac{\sigma_0}{2} \sin^2 \gamma + i\delta_0 \sin^2 \gamma\right)z}; \\ \overline{E_- E_+^*} &= \overline{(E_- E_+^*)_0}^*. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Подставляя в (17) $D = +i$, получим круговые составляющие π -компоненты

$$I_{l,r} = \frac{1}{2} \left[\overline{E_+ E_+^*} + \overline{E_- E_-^*} \mp i (\overline{E_+ E_-^*} - \overline{E_- E_+^*}) \right]. \quad (41)$$

Определим теперь $\overline{(E_+ E_+^*)_0}$, $\overline{(E_- E_-^*)_0}$, $\overline{(E_+ E_-^*)_0}$, $\overline{(E_- E_+^*)_0}$ — параметры излучения, выходящего из слоя A . Поскольку слой полубесконечный, то излучение π -компоненты имеет независимые составляющие I_1 и I_2 , отнесенные к векторам

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{y}_1. \quad (42)$$

Так как поглощение в линии имеется только у составляющей I_1 , то мы можем принять:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} r(\nu) I_0; \\ I_2 &= \frac{1}{2} I_0. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Здесь I_0 — интенсивность непрерывного спектра.

Легко показать, что существует следующая зависимость:

$$\begin{aligned} \overline{E_+ E_+^*} &= \cos^2 \alpha I_1 + \sin^2 \alpha I_2; \\ \overline{E_- E_-^*} &= \sin^2 \alpha I_1 + \cos^2 \alpha I_2; \\ \overline{E_+ E_-^*} &= \overline{E_- E_+^*} = \frac{\sin 2\alpha}{2} (I_2 - I_1), \end{aligned}$$

или, с помощью (43),

$$\left. \begin{aligned} E_+ E_+^* &= \frac{1}{2} I_0 [r(\nu) \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha]; \\ E_- E_-^* &= \frac{1}{2} I_0 [r(\nu) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha]; \\ E_+ E_-^* &= E_- E_+^* = \frac{\sin 2\alpha}{4} I_0 [1 - r(\nu)]. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Подставляя (44) и (40) в (41) и при этом полагая $B(T) = 0$; $\alpha = 45^\circ$; $k \ll \sigma_0 \sin^2 \gamma$ (при этих условиях круговые составляющие π -компоненты

будут наиболее сильно смещены от центра линии), получим:

$$I_{l,r} = \frac{1}{8} I_0 \{ (1 + r(v)) \cdot (1 + e^{-\sigma_0 \sin^2 \gamma z}) \mp 2(1 - r(v)) \times \\ \times e^{-\frac{\sigma_0}{2} \sin^2 \gamma z} \cdot \sin(\delta_0 \sin^2 \gamma z) \}. \quad (45)$$

Так как δ_0 меняет знак при переходе через центр линии (см. фиг. 2), то контуры круговых составляющих π -компоненты будут смещены (фиг. 4). При построении чертежа принято: $r(v) = 0$, $\sigma_0(v_0) \sin^2 \gamma \cdot z = = 1,4$, при других значениях $r(v)$ смещение будет меньше.

Как видим, смещение круговых составляющих довольно значительное — превышает $v = 1$ — и вполне может наблюдаться при благоприятных обстоятельствах.

Смещение круговых компонент, обнаруженное А. Б. Северным, было значительно меньшим. Так должно получиться и в нашей теории, если учесть излучение, непрерывный поворот трансверсальной составляющей или другую величину ее скорости поворота с оптической толщиной слоя.

Можно отметить, что для объяснения наблюдаемого эффекта расщепления π -компоненты наличием магнитного вращения, при полном разделении зеемановских составляющих необходимо обязательно предположить вращение тангенциальной составляющей поля. Модели магнитных полей пятен с постоянной по направлению тангенциальной составляющей магнитной напряженности не дадут расщепления π -компоненты.

Рассматривая фиг. 4, можно видеть, что в круговых составляющих излучения π -компонента будет иметь как бы эмиссию в одном из крыльев. На самом деле эмиссии нет, это чисто оптический эффект перераспределения излучения между право- и левокруговой составляющей излучения, вызванный магнитным вращением. На общую интенсивность линии магнитное вращение не влияет. «Эмиссия» в крыле над непрерывным спектром в той же круговой составляющей излучения может исчезнуть, если откажемся от принятой нами схематической модели магнитного поля пятна. Если, например, в формуле (43) излучение I_2 будет также иметь контур, т. е. положим $I_2 = \frac{r_2(v)}{2} I_0$, то эмиссия выразится в некотором повышении интенсивности в одном из крыльев по сравнению с контуром, рассчитанным без учета магнитного вращения.

Май 1961 г.

Л и т е р а т у р а

1. В. Е. Степанов. Изв. Крымской астрофиз. общ., **19**, 20, 1958.
2. W. Уппо. Publ. Astr. Soc. Japan, **8**, 108, 1956.
3. А. Б. Северный. Астр. журн., **36**, вып. 2, 208, 1959.
4. В. Е. Степанов. Изв. Крымской астрофиз. общ., **18**, 136, 1958.
5. Y. Öhman. Symposium on Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics. Stockholm, 1956.
6. Д. Н. Рачковский. Изв. Крымской астрофиз. общ., **26**, 63, 1961.
7. М. Борн. Оптика. Харьков — Киев, Госстатиздат, 1937.
8. D. L. Harriss. Ap. J., **108**, 112, 1948.